

Vaulezard

Mathesis. Geometria specialis.

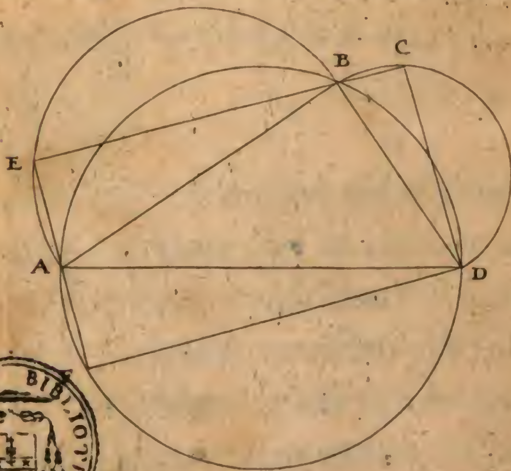
R

LES CINQ LIVRES DES ZETETIQVES DE FRANCOIS VIETTE.

MIS EN FRANCOIS, COMMENTEZ ET augmentez des exemples du Poristique, & Exegetique parties restantes de l'Analitique.

Soit que l'Exegetique, soit traitté en Nombres ou en Lignes.

Par I. L. *sieur de* VAVLEZARD *Mathematicien.*





A PARIS.
Chez IVLIAN IACQVIN en la Cour du Palais, au bas des degrez de la Sainƈte Chappelle.
M. DC. XXX.

AVEC PERMISSION.



A MONSIEVR

MONSIEVR DE BEAVGRAND.



ONSIEVR,

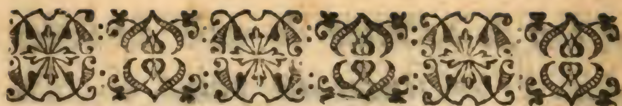
Voulant faire voir la lumiere à ce liure & le donner au public, i'ay creu deuoir imiter ceux, qui en de pareilles occasions font éle-ction d'vn homme: dont le nom posé au frontispice de leur œuure, les au-thorise: Differant neantmoins au sen-timent de la pluspart d'iceux, qui n'ont égard qu'à la grandeur & à

la qualité releuée de celuy, auquel ils dedient leurs ouurages, ſans ſe ſoucier s'il eſt capable de iuger de la valeur du preſent. Et c'eſt cette raiſon qui m'a fait vous choiſir parmy tant de beaux eſprits : dont noſtre France eſt honorée, pour vous offrir les cinq liures des Zetetiques de feu Monſieur Viette, & ce d'autant plus volontiers, que ie ſçay combien la memoire de ce diuin perſonnage vous eſt chere, & par conſequent vous n'aurez pas des-agreable d'en prendre la protection. Mais à qui les euſſe-ie peu mieux adreſſer qu'à vous, MONSIEVR, qui non ſeulement auez vne cognoiſſance tres-parfaite de l'Analitique, Mais qui encores poſſedez ſi abſolument toutes les autres parties des Mathematiques, que

ſi l'on doit eſperer de voir ces belles ſciences reſtituées au point ou elles ont autrefois eſté, on a grand ſuiet de croire que ce ſera par voſtre ſeul moiẽ. Receuez donc, s'il vous plaiſt, de bon œil cette offre auec celle que vous fait de ſon tres-humble ſeruice,

MONSIEVR.

Voſtre tres-humble & affectionné
ſeruiteur, I.L. de VAVLEZARD.



ADVERTISSEMENT AV LECTEVR.

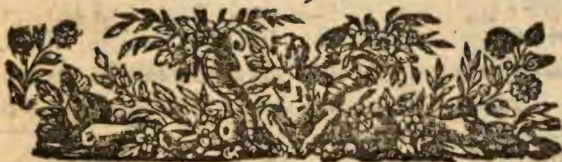


YANT recogneu l'œil duquel tu as receu l'introduction en l'art Analitic, i'ay esté obligé de m'aquiter de ce que i'auois promis, & te faire voir ses cinq liures des Zetetiques, qui viennent d'vn mesme Autheur que l'introductiõ, i'ay acc̃omode cette traductiõ d'vne façõ sẽblable à l'autre, tu trouueras ce qui est de l'autheur en lettre italique; les cõmentaires de lettres romaine, Il y a quelque chose de l'autheur qui n'estãt qu'en peu de discours i'ay dauantage estendu, comme les Exegetiques en nombres, que i'ay mis de mesme lettre,

que mes commentaires pour ne les rẽdre difformes par la diuersité de caracteres. Outre ce que Monsieur Viette a fait en ce traité, qui discourt seulement du Zetetique i'ay adjousté la 2e. & 3e. partie de l'Analise, sçauoir le Poristique & Exegetique, traitant l'Exegetique tant selon les nombres que lignes; c'est à dire emploïant son office pour la solution des Zetetiques proposés, & en la Geometrie & en l'Arithmetique, ce qui est son accomplissement. I'eusse attendu à te donner ce traicté apres les notes n'eust esté que quelque enuieux de mon labeur, bien que petit, se vante d'escrire cõtre moy & me reprẽdre d'auoir osé te faire cognoistre & le nõ, & les œuures de nostre Autheur : mais craignant qu'il n'eust assez de matiere dans ma version de l'Introduction i'ay fait auancer cecy

pour ſuppléer à ce qu'il luy deffau-
droit pour groſſir ſon volume. At-
tendant le reſte des œuures de Mon-
ſieur Viette, reçois celles-cy & fais-
en iugement ſelon ton ſens, & ſelon
la verité. A Dieu.

LE



LE PREMIER LIVRE DES ZETETIQVES DE FRANCOIS VIETE.

ZETETIQVE I.

ESTANT donnée la difference de deux coſtez, & l'aggregé d'iceux; trouuer les coſtez.

Soit donnèe la diference des deux coſtez B. *l'aggregé d'iceux* D. *il faut trouuer les coſtez.*

Soit le moindre coſté A. *le maieur ſera* A+B. *donc la ſomme des coſtez ſera* 2A+B: *Mais la meſme eſt donnée* D; *parquoy* 2A+B *ſont egaux à* D, *laquelle equatiõ eſt reduite par l'*Antithe*ſe de* B *ſous cõtraire affection de ſigne, en* 2A *egaux à* D−B, *& le tout eſtant diuiſé par* 2; A *ſera eſgal à* $\frac{D-B}{2}$.

B ſoit 40, D 100. A vaudra 50−20. ceſt 30. & A+B 70. leur ſomme 2A+B, 100. leur diference 40, conforme au requis.

Ou ſoit le maieur coſté E. *donc le moindre ſera* E−B

B

partant l'aggregé des costez 2E—B *: mais* D *est posé pour le mesme aggregé; donc* 2E—B *sont egaux à* D, *laquelle equation ce reduict par addition de* B, *en* 2 E *egaux à* D+B, *puis prenant la moitié du tout;* E *sera egal à* $\frac{D+B}{2}$.

Parquoy E vaudra 70. E—B, 30. desquels la diference est 40. & la somme 100.

Donc estant donnée la difference des costez & l'aggregé d'iceux; on trouuera les costez.

THEOREME.

La moitié de l'aggregé des costez, plus ou moins la moitié de leur diference, est egale au maieur ou mineur costé.

EN LIGNES.

DAutant que les solutions des Zetetiques proposez par l'autheur sont generales tant pour la quantité continuë que discrete, c'est à dire qu'elles s'étendent des choses proposées en lignes & en nombres; nous donnerons l'inuention de trouuer la chose requise lors qu'elle sera proposée en lignes, tout ainsi que nous l'auons donnée en nombre, de ceste sorte.

A F B E

C

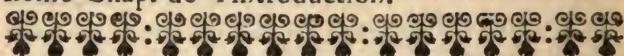
Soit l'aggregé de deux costez la ligne AB & la diferéce C. &c. par la consequence tirée du Zetetique la moitié de la somme de AB & C sera le maieur, & la moitié de leur diferences le mineur; Donc si la ligne est prolongée iusques en E, de sorte que BE soit egale à C, & que AE soit diuisée en deux egalement au point F, les costez requis seront AF maieur, & FB mineur.

Que cela ſoit il eſt euident; puiſque AE eſt egale à AB & C & quelle eſt diuiſee en deux egalement au point F; car AF difere de FB, en BE egale à C diference des coſtez, & la ſomme d'iceux eſt AB &c.

SCHOLIE.

Il conuient remarquer en ce lieu, que ce Zetetique comme auſſi la plus part des ſuiuans, ce peuuent non ſeulement apliquer à deux grandeurs ayans longueur ſeulement, comme ſont les coſtez: Mais generalement à toutes autres grandeurs, pourueu que la ſomme & la diference propoſee ſoient de meſme genre, ſoit que la queſtion ſoit faite de plans, ſolides, plans plans, &c, Car ſi B plan eſtoit propoſé pour diference de deux plans & D plan ſomme d'iceux; lors poſant ce moindre, A plan. Le meſme A plan ſeroit egal à $\frac{Dp - Bp}{2}$ comme deſſus: pareillement poſant Ep le majeur, E plan ſeroit egal à $\frac{Dp + Bp}{2}$, & la meſme choſe s'enſuiuroit aux ſolides, plans plans &c. i'ay dit pourueu que l'aggregé & difference propoſée ſoient de meſme genre: d'autant que les grãdeurs heterogenes ne peuuẽt eſtre cõparée les vnes aux autres, ny encore moins adjouſtées. Or les grandeurs ſont dites de meſme genre quand elles ſont en pareil degré de comparaiſon des grandeurs, comme Exemple, D ſolide & B cube ſont dis eſtre de meſme genre, pour eſtre en pareil & égal degré de comparaiſon du genre des grandeurs: ſçauoir au troiſiéme. Ainſi D quarré—quarré & B plan—plan, ſont de meſme genre pour eſtre chacun au quatriéme degré

de l'eſchelle de comparaiſon. Les grandeurs hetereogenes ou de diuers genres ſont celles leſquelles ne ſont en pareil degré de comparaiſon, comme B plan & D ſolide ſont hetereogenes; d'autant que l'vne ce rencontre au deuxieſme degré, & l'autre au troiſiéme, & ainſi des autres. Pour conceuoir ce qui eſt dit de la comparaiſon des grandeurs. Faut veoir le troiſiéme Chap. de l'introduction.



ZETETIQVE II.

Estant donnée la diference de deux coſtez, & la raiſon d'iceux; trouuer les coſtez.

Soit B la diference donnée entre les coſtez, la raiſon du mineur coſté au majeur, comme R à S. Il faut trouuer les coſtez.

Le mineur coſté ſoit A*: donc le majeur ſera* A+B*; Parquoy* A *eſt à* A+B *cõme* R *à* S*. laquelle Analogie eſtãt reſoluë a egalité par le produit des moyens* R *&* A+B*, & celuy des extremes* S *&* A*, en* SA *egal à* RA†RB*, & par trãslation ſous ſigne cõtraire de* RA, RB *ſera égal à* SA—RA*, le tout eſtant diuiſé par* S—R*,* $\frac{RB}{S-R}$ *ſera égal à* A.

D'où s'enſuit par la cõſtitution de ceſte equation en proportion, que S—R *ſera à* R *comme* B *à* A.

Sy B eſt poſé 12. S 3. R 2. $\frac{RB}{S-R}$ ſera 24. pour la va-

leur de A & A + B, 36. dont la diference est 12. & la raison comme 2 à 3 selon le Requis.

Item soit le majeur costé E, *le mineur costé sera* E—B; *donc comme* S *à* R *ainsi* E *à* E—B. *Laquelle Analogie estant resoluë en égalité par le produit des extremes* SE—SB *égal au produit de moyens* RE. *Et par translation convenable* SE—RE *egal à* SB. *Partant* S—R *sera* S *comme* B *à* E. [a].

Parquoy E est 36. sçauoir le quatriéme terme proportionné à 3—2, 3. & 12. E—B 24. qui sont les costés, desquels la difference est 12. & la raison comme 3 à 2.

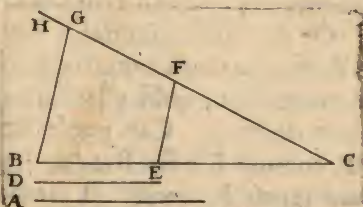
Donc estant donnée la difference de deux costez, & la raison d'iceux; on trouuera les costez.

THEOREME.

Comme la difference des costez semblables, est au majeur ou mineur costé semblable, ainsi la difference des vrays costez, au majeur ou mineur vray costé.

EN LIGNES.

La difference des costez soit A & la raison du majeur au mineur, comme BC à D. soit retranchée de BC la ligne BE egale à D: puis au point C tirée vne ligne



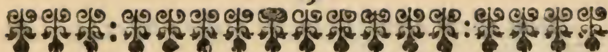
droite infinie C H, sur laquelle ayant pris C F égale à A, & conjoints E & F, s'y du point B & menée la ligne B G parallele à E F, coupant C H en G; les costez requis seront G C, G F.

Car ils different entr'eux de la ligne F C égale à A, & leur raison est comme B C à E F; c'est à dire B C à D. Eucl. l. 6. p. 2. & 4. ce qui estoit proposé.

SCHOLIE.

CEste Analogie est engendrée par la deductiõ des deux parties de l'equation chacune en deux costés, desquels elles sont faites & produites par la multiplication: d'autant que SE—RE. & SB sont deux Rectangles produits, l'vn: sçauoir S E—R E de S—R par E; l'autre qui est S B des costez S & B. & partant par la quatorziéme prop. du sixiéme d'Eucl. Ils auront les costez reciproques, c'est à dire que S —R sera à S comme B à E, de la mesme façon l'on entendra estre cõstituées cy-apres toutes les égalitez en Analogies, par la deductiõ des costez sous lesquels les parties de l'equation sont contenues, en les establissant reciproques les vns aux autres.

Or des Analogies tirées des deux equations de ce Zetetique s'ensuit que si quatre grãdeurs sont proportionnelles, aussi elles seront proportionnelles estant diuisées. Car par la derniere partie, S est à R comme E à E—B, or en diuisant S—R est premier terme R second. B troisiesme & E—B quatriesme: Mais S—R est à R comme B à E—B cest à dire à A; partant les grandeurs proportionnelles, estant diuisées seront aussi proportionnelles, ce qu'il falloit noter.



ZETETIQVE III.

Estant donnée la somme des costez, & la raison d'iceux; trouuer les costez.

Soit la somme des costez G. *& la raison du mineur au maieur comme* R *à* S. *Il faut trouuer les costez.*

Le moindre costé soit A. *donc le maieur sera* G—A. *Parquoy* A *est à* G—A *comme* R *à* S. *laquelle Analogie estant resoluë.* SA *sera esgal à* RG—RA. *Et la translation faicte selon les preceptes: sçauoir adioustant* RA *à chasque partie de l'equation,* SA+RA *sera egal à* RG, *d'où vient que comme* S+R *sera à* R *ainsi* G *à* A.

Sy G est posé valoir 60, R 2. S 3. A vaudra 24 quatriesme proportionnel à 3+2. 2 & 60. G—A. 36. dont la somme est 60. & la raison comme 2 à 3. suiuant le proposé.

Ou le maieur costé soit E, *le mineur costé sera* G—E. *donc comme* S *à* R *ainsi* E *à* G—E. *laquelle Analogie, estant resoluë,* RE *sera egal à* SG—SE. *Et la translation estant faicte selon l'art, par la commune adition de* SE, SE+RE *sera egal à* SG. *parquoy comme* S+R *sera à* S, *ainsi* G *à* E.

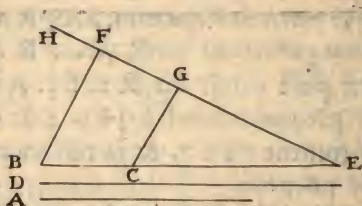
Partant le quatriesme proportionnel à 3+2. 3 & 60 lequel est $\frac{180}{3+2}$, c'est à dire 36, est egal à E. & G—E est faict 24. dont la somme est 60, & la raison comme 3 à 2.

Donc estant donnée la somme de deux costez, & leur raison; on trouuera iceux.

THEOREME.

Comme la somme des deux costez semblables, est au maieur ou mineur costé semblable, ainsi la somme des vrays costez, au maieur ou mineur vray costé.

EN LIGNES.



L'aggregé des costez soit A, & la raison d'iceux, comme B C à D. soit prolongée BC iusques en E, de sorte que CE soit égale à D. Et du point E tiree la ligne droite E H sur laquelle soit prise E F, égale à A: en apres du point B au point F soit tiree la ligne droite B F à laquelle soit faite parallelle C G, coupant E F en G; & les costez requis seront FG, G E.

La

La raiſon eſt que leur ſomme qui eſt F F eſt egale à A & leur raiſon eſt comme BC à CE, c'eſt à dire BC à D ce qui eſtoit propoſé.

SCHOLIE.

De ce Zetetique lon peut inferer le contraire du precedent, ſçauoir que quatre grandeurs eſtans proport. Sy elles ſont compoſées, elles ſeront auſſi proportionnelles, dautant que puis qu'il eſt conſtant que R eſt à S, cõme A à G—A, en cõpoſant le premier terme ſera S+R, le deuxieſme S, le troiſieme G, & le quatrieſme G—A: mais S+R eſt à S comme G à E ou G—A ; & partant S+R, R. G & G—A termes compoſez des quatre proportionnelles R à S comme A à G—A ſeront auſſi proportionnelles.

1. Tous tels eſpeces de Theoreme tirez de la ſolution des Zetetiques ſont inferez par la diſpoſition de l'equation, ou analogie prouenante d'icelle par la ſimple ou double operation ſelon les choſes requiſes. Et eſt à remarquer que ce que l'Autheur appelle coſtés ſemblables tant en ce Zetetique qu'aux ſuiuans ſont les coſtés donnés pour deffinir & ſignifier la raiſon des vrays coſtés que lon cherche lors que leur ſomme ou difference eſt donnée, ou bien la raiſon que la grandeur ou grandeurs données ont auec les requiſes, & ſont dits ſemblables à la diference des vrays : d'autant qu'il ne ſont que la ſemblance des autres pour n'auoir rien de commun entr'eux ſinon la raiſon ou proportion qu'ils ont ſemblable : de meſme que les coſtés de deux triangles

ſemblables, ſont dits ſemblables non pour eſtre égaux, mais pour correſpondre les vns aux autres, & eſtre proportionnaux auec ceux auſquels ils conuiennent.



ZETETIQVE IIII.

Estants donnés deux coſtés defaillans d'vn troiſieſme coſté, auec la raiſon des deffauts; trouuer le troiſieſme coſté.

Soient les deux coſtés donnés deffaillans d'vn troiſieſme, le premier B, *le ſecond* D, *& la raiſon du deffaut du premier au defaut du deuxieſme comme* R *à* S. *il faut trouuer le troiſieſme coſté.*

Le defaut du premier ſoit A, *donc le troiſieſme coſté ſera* B+A: *mais pour autant que* R *eſt à* S, *comme* A *à* $\frac{SA}{R}$, *le defaut du deuxieſme ſera* $\frac{SA}{R}$ *parquoy;* D + $\frac{SA}{R}$ *ſera auſſi le troiſieſme coſté, & par conſequent* D + $\frac{SA}{R}$ *ſera egal à* B + A, *le tout eſtant multiplié par* R, DR+SA *ſera à* RB+RA. *Et l'equation eſtant ordonnée, par la diference priſe de chacune des parties d'icelle auec* RB+SA. DR ═ RB *ſera egale à* RA ═ SA.

Parquoy $R = S$ *sera à* R, *comme* $D = B$ *à* A.

Sy B vaut 76. D 4. R 1. S 4. A ſera fait égal au quatrieſme proport. à $1 = 4$. 1. & $4 = 76$. lequel eſt $\frac{4 = 76}{1 = 4}$. ou 24. $\frac{S\,A}{R}$ defaut du deuxieſme 96. & le troiſieſme coſté $B + A$ ou $D + \frac{S\,A}{R}$, 100. La raiſon du defaut du premier 24. au defaut du ſecond 96. comme 1 à 4 ainſi qu'il eſt requis.

Ou ſoit le defaut du ſecond E, *donc le troiſieſme coſté ſera* $D + E$, *mais pour autant que comme* S *eſt à* R *ainſi* E *à* $\frac{RE}{S}$, *le defaut du premier ſera* $\frac{RE}{S}$; *parquoy* $B + \frac{RE}{S}$ *ſera auſſi le troiſieſme coſté, & partant égal à* $D + E$, *le tout multiplié par* S. $DS + SE$ *ſera égal à* $BS + RE$. *Et l'equation eſtant ordonnée par tranſlation priſe de la diference de chacune des parties d'icelle auec* $BS + SE$. $DS = BS$ *ſera égale à* $RE, = SE$. *d'où vient que* $R = S$ *ſera à* S, *comme* $D = B$ *à* E.

Parquoy, E ſera fait égal au quatrieſme proport. à $1 = 4$. 4 & $4 = 76$ lequel eſt $\frac{16 = 304}{1 = 4}$. ou 96. le defaut du premier $\frac{RE}{S}$ 24, & le coſté auſquelles coſtés donnés deffaillent $D + E$, ou $B + \frac{RE}{S}$ 100. la raiſon de 96, defaut du deuxieſme à 24. defaut du premier comme 4 à 1.

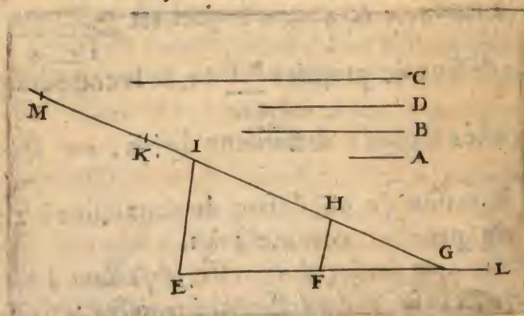
Eſtant donc donnez deux coſtez defaillans à vn troiſieſme, auec la raiſon des deffauts; on trouuera le troiſieſme.

THEOREME.

Comme la difference des deffauts semblables au defaut semblable du premier ou deuxiesme costé, ainsi la diference des vrays costés deffaillans (laquelle est aussi celle des deffauts a) au vray deffaut du premier ou second costé. Lequel deffaut conuenablement adiousté au costé auquel il conuient est fait le troisiesme costé.

EN LIGNES.

Les deux costés deffectueux à vn troisiesme soient l'vn A, l'autre B, & la raison du defaut de A au defaut de B, comme C à D.



Soit tirée la ligne droite E L, tant grande qu'il suffise, sur laquelle du point E soient prises E G EF égalles, à C & D chacune à la siene; en apres du point G, soit menée la ligne G K, sur laquelle soit prise G H, égale à la difference de A à B, & tirée FH, à laquelle soit parallelle EI coupant G K en I. Et les deffauts de A & B au troisiesme costé seront IL & IH; & partant si GI est prolongée en sorte que I K & I M soient égales à A & B, KG & MH seront egales tant entr'elles qu'au troisiesme costé requis à la iuste quantité duquel A & B deffaillent.

Que cela suiue le sens du Theoreme, cela est apparent : car FG est à H G, comme E G à IG; item EF à IH. Eucl. L 6. p. 2. 4. Mais la difference des deffauts semblables est F G, & la difference de vrais deffaut GH qui est l'excez des costés deffaillans, E F, E G les deffauts semblables; partant par le Theoreme, IH, IG, seront les vrais deffauts ausquels adjoustés, les égales où à A ou à B donnent KG où M H pour le troisiesme costé.

Demonstration du Theoreme.

Il est constant que la difference des costés deffaillans est aussi la difference des deffauts d'iceux au iuste costé A; or la raison d'iceux est comme EF à EG, donc par le Theoreme du 2e. Zet. precedét FG difference des costés sẽblables sera à EF ou EG cõme la vraye difference à l'vn ou l'autre des vrays costez: mais ils ont ceste raison auec I H, I G; donc IH, IG seront les vrais costés, c'est à dire les vrays deffauts à chacun desquels adjoustant le costé duquel

ils sont les deffauts au troisiesme, la somme sera le mesme troisiesme costé requis.

SCHOLIE.

* VNE mesme grandeur estant coupée en deux parties, puis la mesme en deux autres parties la difference de l'vne des parties de la premiere diuision à l'vne des parties de la seconde est égale à la difference des parties restantes de la premiere & seconde diuision, ce qui fait que la difference des costez donnez est egale à la difference de leurs defectuosité auec le troisiesme costé : Car l'vn & l'autre des costez auec son defaut est le troisiesme costé; partant ce troisiesme costé est diuisé deux fois en deux parties diferentes : tellement que la difference des deffauts sera égale à la difference des costés, que cela soit il ce montrera facillement ainsi. La ligne A B soit le troisiesme costé de laquelle soit coupé

A C D B

AC, égal au premier costé & AD, au deuxiesme; partant CB sera le defaut du premier, & DB celuy du deuxiesme; or la difference de CB, & DB est CD: mais la mesme CD est diference entre AC, & AD; parquoy la difference de AC, AD, sera égale à la difference de leurs defectuositez ou deffauts qu'ils ont au costé AB.

Dans les notes premieres pour le Logistique, l'Autheur donne vn Theoreme de la mesme chose en la huictiesme proposition.

Ce quatriesme Zetetique,

Autrement.

ESTANTS donnés deux costés moindres qu'vn troisiesme, auec des la raison des defectuosités; trouuer le troisiesme costé.

Soient derechef deux costés moindres qu'vn troisiesme. Le premier B. *Le deuxiesme* D.

Estant aussi donnée la raison des defauts du premier, au defaut du second, comme R *à* S. *Il faut trouuer le troisiesme costé.*

Soit iceluy A *donc le defaut du premier sera* A—B *&* A—D *le defaut du deuxiesme; parquoy comme* A—B *à* A—D, *ainsi* R *à* S. *Laquelle analogie estant resolüe* RA—RD *sera égal à* SA—SB, *& la translation faite selon l'art* SA=RA *sera égale à* SB=RD. *Et par diuision des parties de l'equation par vn commun diuiseur,* S=R, $\frac{SB=RD}{S=R}$ *sera égal à* A.

Sy B est 76. D 4. R 1. S 4. A est fait 100. A—B, 24. A—D, 96. dont la raison est comme 1. à 4.

Estant donc donnés deux costés moindres qu'vn troisiesme, auec la raison des defectuosités, on trouuera le troisiesme.

THEOREME.

La difference du rectangle contenu ſous le premier coſté defaillant & le defaut ſemblable du deuxieſme, au rectangle contenu ſous le ſecond coſté deffaillant, & le defaut ſemblable du premier; eſtant appliquée à la difference des deffauts ſemblables, engendre le coſté requis duquel il eſt queſtion.

Demonſtration du Theoreme par le Poriſtique.

La verité du theoreme ſera renduë palpable, ainſi : la valeur de $\frac{SB - RD}{S - R}$ ſoit F; donc $SB - RD$ ſera egale à $SF - RF$: & quand B eſt plus grand que D[a], auſſi SB eſt plus grand que RD & S que R ſi moindre, moindre : auſſi ſi B eſt maieur que D ſoit oſté de chacune partie $-RF+SB$, ou ſi moindre $-SF+RD$, & reſtera $RF - SB$ egal à $RF - RD$; partant S ſera à R, comme $F - D$ à $F - B$: mais F eſt vn coſté commun, lequel excede D & & B maieur & mineur coſté & la raiſon de l'excés, (c'eſt à dire les deffauts d'iceux au meſme) eſt comme S à R, raiſon qui eſt la meſme que celle des deffauts des coſtez D & B au troiſieſme coſté requis; donc F ſera le coſté requis : Or F eſt egal à

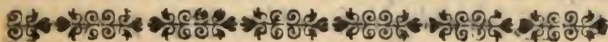
SB

$\frac{SB = RD}{S = R}$; partant $\frac{SB = RD}{S = R}$ sera egal au costé requis suiuant le Theoreme.

SCHOLIE.

a. QVE lors que B sera plus grand que D aussi SB soit maieur que RD, S que R & au contraire cela sera demonstré ; car puisque vn mesme tout est diuisé deux fois en deux parties, sçauoir en B & son deffaut, & D auec le sien, il s'ensuiura que B aura majeure raison à D que le deffaut de B au 3e.au deffaut de D au mesme, c'est à dire que R à S ; partant B sera à D comme R à vn moindre que S, ce qui fait que le rectangle SB sera plus grand que RD, S sera aussi plus grand que R puisque le defaut de B qui est moindre & à celuy de D comme R à S.

Maintenant B estant moindre que D, aussi SB sera moindre que RD, car D sera plus grand que B ; & par consequent, ainsi qu'il a esté demontré, RD sera plus grand que SB. ce qu'il falloit demontrer.



ZETETIQVE V.

Estans donnés deux costés excedans vn troisiesme costé, auec la raison des excés ; trouuer le troisiesme costé.

Soient donnés deux costés excedans vn troisiesme coste, le premier B, *le second* D, *soit aussi donnée la raison de l'excés du premier à l'excés du second , comme* R
D

à S. *Il faut trouuer le troisiesme costé.*

L'excés du premier soit A; *donc* B—A *sera le troisiesme costé : mais pour autant que comme* R *est à* S *ainsi* A *à* $\frac{SA}{R}$, *l'excés du second sera* $\frac{SA}{R}$; *Parquoy* D—$\frac{SA}{R}$ *sera aussi le troisiesme costé, & partant egal à* B—A. *Le tout multiplié par* R. *donc* DR—SA *sera egal à* BR—RA. *Et l'equation estant ordonnée par la difference de chacune des parties d'icelle à* BR—SA, DR=BR *sera egal à* SA=RA.

D'ou, comme S=R *à* R, *ainsi* D=B *à* A.

Si B vaut 60. D 140. S3. R1. A est faict quatriesme proportionnel à 3=1.1 & 140=60 lequel est $\frac{140=60}{3=1}$ ou 40. l'exces du deuxiesme $\frac{SA}{R}$, 120. desquels la raison est comme 1. à 3 le troisiesme costé B—A ou D—$\frac{SA}{R}$, 20

Ou, soit l'excés du deuxiesme costé E. *Donc le troisiesme sera* D—E: *mais pour autant que cõme* S *est à* R *comme* E *à* $\frac{RE}{S}$, *l'excés du premier costé sera* $\frac{RE}{S}$; *parquoy* B—$\frac{RE}{S}$ *sera aussi le troisiesme costé, & par consequent egal à* D—E. *Le tout multiplié par* S, BS—RE *sera egal à* DS—SE, *& l'egalité estant ordonnée par la diference de chacune des parties de l'equation à* BS—SE; DS=BS *sera egal* SE=RE.

D'où, S=R *sera à* S, *ainsi* D=B *à* E.

Partant E excés du deuxiesme, est faict egal au quatriesme proportionnel à 3=1, 3, & 140=60; lequel est $\frac{420=180}{3=1}$, ou 120. l'excés du premier $\frac{RE}{S}$,

40. desquels la raiſon & comme 3 à 1. & le troiſiesme coſté D—E, ou B—$\frac{RE}{S}$, 20.

Donc eſtans donnez deux coſtez excedans vn troiſieſme coſté auec la raiſon des excés; on trouuera le troiſieſme coſté.

THEOREME.

Comme la diference des excés ſemblables à l'excés ſemblable du premier ou ſecond coſté: ainſi la diference des coſtez excedans (qui eſt celle des excés a) au vray excés du premier ou deuxieſme coſté. Lequel eſtant ſouſtrait du coſté duquel il eſt excés, eſt faict le troiſieſme coſté.

L'exegetique en lignes eſt ſemblable à celle du Zetetique precedent, ſinon qu'il faut ſouſtraire en ce lieu les excés, chacun du coſté auquel il conuient.

SCHOLIE.

A B C D

a QVE la diferéce des excés ſoit la mſme que des coſtez excedans, il eſt trop euident; car ſi AB eſt le troiſieſme coſté requis le pre-

mier costé excedant AC; le second AD. il est certain que BC sera l'excés du premier, & BD l'excés du second; la diference desquels est CD: mais le mesme CD est aussi diference entre le premier costé excedant AC & le second costé excedant AD; parquoy de deux costez excedans vn mesme costé la diference des excés sera egale à la diference des costez excedans, &c.

Voyez le Theoreme de la neufiesme proposition des Notes.

AVTREMENT.

Estans donnez deux costez excedans vn troisiesme costé, auec la raison des excés; trouuer le troisiesme costé.

Soient derechef donnez deux costez excedans vn troisiesme, le premier B, *le second* D, *& la raison de l'exces du premier à l'exces du second, comme* R *à* S. *Il faut trouuer le troisiesme costé.*

A *soit ce troisiesme costé; donc* A — B *sera l'exces du premier, &* D — A *l'excés du second. Pourquoy comme* B — A *est à* D — A, *ainsi* R *à* S. *laquelle analogie estant resoluë par la multiplication des termes extremes, & celle des moyens d'icelle, en* RD — RA *égal à* SB — SA *& la trãslation faite selon les preceptes* SA == RA *sera égal à* SB == RD, *le tout estant diuisé par vn commun diuiseur* S == R; $\frac{SB == RD}{S == R}$ *sera égal à* A.

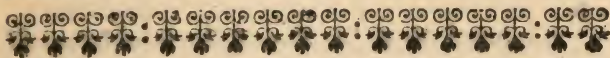
Soit B 60. D 140. S 3. R 1. Le troisiéme costé A

sera fait égal à la difference du rectangle de SB au Rectangle de RD : c'est à dire 180 — 140 appliquée à 3 — 1 qui est $\frac{180 - 140}{3 - 1}$ ou 20. l'exces du premier 40. celuy du second 120, desquels la raison est comme 1. à 3. suiuant le requis.

Estans donc donnez deux costez excedans vn troisiesme, auec la raison des excés; on trouuera le troisiesme costé.

La difference entre le rectangle sous le premier costé excedant, & du semblable excés du second, & le rectangle contenu du second costé excedant & du semblable excés du premier, estant appliquée à la difference des excés semblables ; engendre le troisiesme costé.

La demonstration de ce theoreme sera faite par le Poristique en la mesme sorte qu'au Zetetique precedent.



ZETETIQVE VI.

Estans donnez deux costés l'vn estant moindre, & l'autre maieur qu'vn troisiesme costé, auec la raison du defaut du moindre à l'exces du maieur ; trouuer le troisiesme costé.

Soient donnez deux costés, l'un B *moindre defaillant à un troisiesme, l'autre* D *excedant iceluy, soit aussi donnée la raison du defaut à l'excez, comme* R *à* S. *Il faut trouuer le troisiesme costé.*

Le defaut soit A; *dõc le troisiesme costé sera* B+A, *mais pour autant que* R *est à* S *comme* A *à* $\frac{SA}{R}$, *l'excés du costé excedant sur le troisiesme costé sera* $\frac{SA}{R}$; *pourquoy* D — $\frac{SA}{R}$ *sera aussi le troisiesme costé, & partant égal à* B+A. *le tout multiplié par* R; *donc* DR—SA *sera égal à* BR+RA, *& l'equation estant ordonnée par l'adition commune de* SA—BR, *à chacune des parties d'icelle;* RA+SA *sera égal à* DR—BR.

Partant comme R+S *sera à* R, *ainsi* D—B *à* A.

Si B vaut 60. D 180. R 1. S 5. A est le quatriesme terme proportionnel à 1+5, & 1 & 180—60, lequel est $\frac{180—60}{1+5}$ ou 20, l'excés du costé excedant $\frac{SA}{R}$, 100. dont la raison au defaut est comme 5 à 1.

Ou, l'excés soit E *donc* D—E *sera le troisiesme costé. Or dautant que* S *est à* R, *comme* E *à* $\frac{RE}{S}$, *le defaut par lequel le moindre costé est defaillant au troisiesme sera* $\frac{RE}{S}$; *pourquoy* B+$\frac{RE}{S}$ *sera aussi le troisiesme costé; & par consequent égal à* D—E. *le tout multiplié par* S. *donc* BS+RE *sera égal à* DS—SE. *Et l'égalité estant ordonnée par la commune adition de* SE—BS *à chacune des parties de l'equation;* RE+SE *sera égal à* DS—BS.

D'où, comme R+S *est à* S, *ainsi* D—B *à* E.

Partant, E ſera égal au quatrieſme terme proportionnel à 1+5, 5. & 180—60, lequel eſt $\frac{900 — 300}{1 + 5}$ ou 100. le defaut $\frac{RE}{S}$ 20. dont la raiſon eſt à 100. comme 1 à 5.

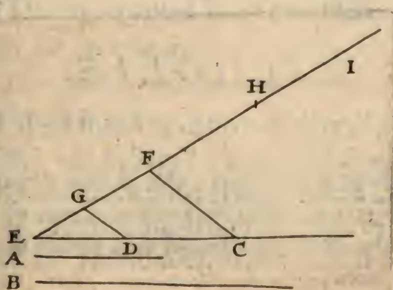
Eſtant donnés deux coſtez l'vn deffaillant à vn troiſieſme coſté & l'autre excedant iceluy, on trouuera le troiſieſme coſté.

THEOREME.

Comme l'aggregé du defaut ſemblable & excés ſemblable, au ſemblable defaut ou excés, ainſi la vraye diference du coſté defaillant à l'excedãt (laquelle eſt la ſomme des vrais defauts & excés) au vray defaut ou excés; Et en adiouſtant le defaut ou ſoubſtrayant l'excés ſera fait le troiſieſme.

EN LIGNES.

Soit le coſté deffaillant A l'excedant B & la raiſon du deffaut à l'excés comme ED à DC; Il faut exiber le troiſieſme coſté.



Du point E ſoit tirée la ligne E I, & ſur icelle pris EF égale à l'excés de B ſur A: puis conjoints C & F par la ligne CF, à laquelle ſoit DG paralelle: Finalement faiſant FH égale à A, ou EH à B le troiſieſme coſté ſera GH.

Dautant que ſelon le Theoreme, l'aggregé du deffaut & de l'excés ſemblable au deffaut ou excés ſemblable, ſera comme la difference des vrais coſtés deffaillans & excedans au vray deffaut ou excés: Et que CE aggregé de l'excés & deffaut ſemblable eſt à CD deffaut ou DE excés ſemblable, comme FE difference entre le coſté deffaillãt & l'excedant à FG ou GE; partant GE ſera le vray excés & FG le vray deffaut. Tellement que FH eſtant égale à A ou EH à B; GH ſera le troiſiéme coſté.

Demonſtration du Theoreme.

La diference du coſté deffaillant A au coſté excedant B eſt la ſomme du vray deffaut & excés, & la raiſon d'iceux eſt comme DE à DC; partant par le Theoreme du troiſieſme Zetetique precedent, prenant le deffaut & excés pour coſtez, la ſomme CE ſera à DE ou CD, comme FE la ſomme des vrais coſtés à GE ou FG vrais coſtés; & par conſequent le vray excés ſera GE & le vray deffaut FG.

SCHOLIE.

a QVe l'excés du coſté excedant ſur le deffaillant, ſoit la ſomme de l'excés & du deffaut cela eſt apparent, à cauſe que le coſté excedant eſt le troiſiéme coſté prolongé de quelque autre, & le deffaillant le meſme troiſieſme coſté diminué: tellement que

la

la somme de l'excés & du deffaut sera égale à la difference, du troisiesme costé prolongé au premier diminuë, par le Theoreme de la dixiesme proposition des nottes, c'est à dire la diference du costé excedant au deffaillant.

AVTREMENT.

Estant donnés deux costés l'vn moindre qu'vn troisiesme & l'autre majeur qu'iceluy, ensemble la raison du defaut du moindre à la iuste quãtité du troisiesme, à l'excés du majeur sur iceluy costé; trouuer le troisiesme costé.

Soient derechef donnés deux costés, l'vn B *defaillant à vn troisiesme, l'autre* D *excedant iceluy, soit aussi donnée la raison du deffaut à l'excés, comme* R *à* S. *Il faut trouuer le troisiesme costé.*

Ce costé soit A. *donc* A—B *sera le defaut. Et* D—A *l'excés. Pourquoy comme* A—B *est à* D—A, *ainsi* R à S. *cette Analogie estant resoluë* RD—RA *est égal à* SA—SB. *Et la translation estant faite selon l'art, par l'adition de* RA+SB *aux parties de l'equation;* RD+SB *sera égal à* SA+RA. *Le tout estant diuisé par* S+R $\frac{RD+SB}{S+R}$ *sera égal à* A.

Estans donc donnés deux costés, l'vn moindre qu'vn troisiesme, & l'autre maieur qu'iceluy, ensemble la raison du defaut du moindre de la iuste quantité du troisiesme

à l'excés du maieur sur iceluy; on trouuera le troisiesme costé.

Sy l'aggregé du rectangle fait du costé excedant par le defaut semblable, & du rectangle produit par l'excés semblable & le costé defaillant, est appliqué à l'aggregé des excés ou defauts semblables; le troisiesme costé sera engendré.

Sy B60. D180. R1. S5. A est fait égal au quotiãt prouenant de la diuision de l'aggregé du Rectangle RD qui est 180. & du Rectangle SB, 300: lequel est 480. par S+R, c'est à dire 6. Lequel quotiant est 80.

Demonstration par le Poristique.

Que $\frac{SD+RB}{S+R}$ soit égal au costé requis, cela ce demõtre ainsi: la valeur de $\frac{RD+SB}{S+R}$, soit F; dõc RD+SB est égal à SF+RF; & par Anthitese RD—RF égal à SF—SB; ceste égalité constituée en analogie R sera à S, comme F—B à D—F; or pour autant que F est vn costé commun excedant B, & qu'il est excedé par D, & la raison du deffaut de B à iceluy est à l'excés de B sur le mesme F sera trouué suiuant les conditions; & partãt le costé requis: mais F est égal à $\frac{RD+SB}{S+R}$; donc $\frac{RD+SB}{S+R}$ sera aussi le costé requis.

SCHOLIE.

LEs trois derniers Zetetiques monſtrent l'origine de la regle de fauſſe poſition double : Le quatrieſme, celuy ou les grãdeurs ſuppoſées defaillẽt enſembles à la vraye: Le cinquieſme quant les grandeurs ſuppoſées excedẽt; Et le ſixieſme quant l'vne des grãdeurs deffaut & l'autre excede; Car en telles regles deffaux, touſiours le deffaut eſt au deffaut: l'excés à l'excés; ou le deffaut à l'excés de la cõditiõ ſuppoſée à la requiſe cõme les vrais deffauts, ou excés, ou bien le vray deffaut au vray excés & au cõtraire: or en telles regles les deffauts ou excés ſemblables ſont les grãdeurs conditiõnelles ſuppoſées, leſquelles deffaillẽt ou excedẽt à la condition requiſe; cõme exẽple: En la premiere mode (c'eſt quant les ſuppoſées deffaillent à la vraye) qu'il ſoit requis trouuer vne grandeur de laquelle vne partie eſtant à ſon tout, cõme B à F face H.

Soit la grandeur requiſe D; donc comme B à F ainſi D à $\frac{BF}{B}$ qui ſera la conditionnelle ſuppoſée, laquelle eſtant moindre que H, D grandeur ſuppoſée deffaudra à la vraye: dautãt que la vraye à meſme raiſon à H que B à F, notons la ſuppoſition de la façon

Suppoſitions.		*Deff. de conditions.*
D———————————	H——	$\frac{DF}{B}$
G———————————	H—-	$\frac{GF}{B}$

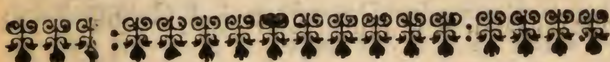
qu'il ce voit. Puis prenons que G ſoit la vraye gran-

deur que nous cherchons; donc B ſera à F, comme G à $\frac{GF}{B}$, qui deuroit faire H, mais elle eſt moindre, donc G eſt auſſi moindre que la vraye grandeur par la raiſon que deſſus. Cela fait dautant que la grá · deur requiſe à meſme raiſon à H que B à F, & que, comme B à F ainſi D à $\frac{DE}{B}$, & G à $\frac{GF}{B}$; il s'enſuit que la grandeur requiſe ſera à H, comme D à $\frac{\ }{B}$, & G à $\frac{GF}{B}$: & en diuiſant l'excés de la grandeur requiſe laquelle ſoit poſée A, ſur D, au meſme D comme H—$\frac{DF}{B}$ à $\frac{DF}{B}$: & A—G à G comme H—$\frac{GF}{B}$ à $\frac{GF}{B}$: mais D eſt à $\frac{DE}{B}$, cóme G à $\frac{GF}{B}$; donc A—D ſera à H—$\frac{DF}{B}$ cóme A—G à H—$\frac{GF}{B}$; & partant A—D à A—G comme H—$\frac{DF}{B}$ à H--$\frac{GF}{B}$; par conſequent la raiſon des excés de la vraie condition ſur l'vne ou l'autre des conditions ſuppoſées, c'eſt à dire les defauts des ſuppoſées, eſt meſme que la raiſon des deffauts des grandeurs ſuppoſées à la vraye requiſe.

De la meſme façon ſera demontré les excés en la deuxieſme mode, & les deffauts & exceds conjointement en la troiſieſme.

De là, il s'enſuit que la regle de fauſſe poſition, peut-eſtre reſoluë en deux façons en chacune mode d'icelle, ainſi qu'il paroiſt aux Zetetiques precedéts: l'vne par les excés ou defauts; leſquels ſouſtraits ou adjouſtez, aux ſuppoſés auſquels ils cóuiennent, don-

nent la mesme grandeur requise. Et celle-là est faite par les conditions des premiers Theoremes de 4. 5. & 6. Zetetiques precedents; l'autre par la mesme grandeur requise, suiuant les seconds Theoremes és mesmes Zetetiques, nous n'en donnerons aucunes exemples, dautant que la chose est intelligible de soy les choses cy-dessus entenduës.



ZETETIQVE VII.

Estant donné vn costé couper iceluy en deux parties, en sorte qu'vne partie du premier segment estant à son tout en vne raison donnée, adioustée à vne portion de l'autre segment estant aussi à son tout en vne raison donnée; face vne somme prescripte.

Soit le costé donné B *qu'il faut couper en deux segmens, de sorte que vne portion du premier estant à son tout (c'est à dire au mesme premier segment,) comme* D *à* B, *adioustée à vne portion du second estant à son tout comme* F *à* B, *face* H.

La portion du premier segment soit A. *donc la portion du second sera* H—A. *Et dautant que* D *est à* B *comme* A *à* $\frac{B\ A}{D}$ *le premier segment sera* $\frac{B\ A}{D}$ *; Item* F *à* B

cõme H—A *à* $\frac{BH-BA}{F}$, *dõc le secõd sera* $\frac{BH-BA}{F}$; *lesquels deux segments sont égaux à tout le costé diuisé. Donc* $\frac{BA}{D}+\frac{BH-BA}{F}$ *sera égal à* B. *laquelle égalité estant reduite, en multipliant le tout par* DF *en* FBA+DBH—DBA *égal à* BDF. *Et par le parabol. de* B *en* FA+DH—DA *égal à* DF. *Et la translatiõ estãt faite cõuenablemẽt posant* D *majeur que* F. DH—FD *sera égal à* DA FA. *le tout diuisé par* D—F $\frac{DH-FD}{D-F}$ *sera égal à* A.

Partant comme D—F *est à* H—F, *ainsi* D *à* A.

Soit B 60. D 20. F 12. H 14. A portion du premier segment laquelle auec la portion du deuxiesme doit faire H, est fait égal au quatriesme proportionnel à 20—12, 14—12 & 20 lequel est $\frac{280-240}{20-12}$ ou 5. Le premier segment $\frac{BA}{D}$ 15. la raison de 5 portion du premier segment au mesme segment 15. est telle que D à B, c'est à dire 20. à 60. Item, le second segment $\frac{BH-BA}{F}$ est 45, sa portion laquelle auec A doibt faire H, laquelle est H—A, 9. la raison de 9. à 45. comme F à B. sçauoir 12. à 60. ce qui estoit proposé à faire.

Ou, la portion du second conuenable pour faire H *soit* E. *donc la portion contribuée par le premier sera* H—E & *dautant que* F *est à* B *comme* E *à* $\frac{BE}{F}$ *le second segment sera* $\frac{BE}{F}$: *Item* D *à* B, *ainsi* H—E *à* $\frac{BH-BE}{D}$:

le premier segment sera $\frac{BH-BE}{D}$, *lequels deux segmens seront égaux à tout le costé divisé. Pourquoy* $\frac{BE}{F}+\frac{BH-BE}{D}$ *est égal à* B. *laquelle égalité estant ordonnée, sçavoir les parties de l'equation estant multipliées en* DF, *&* *divisées par* B *puis par convenable translation posant* D *majeur que* F. DF—HF *sera égal à* DE—FE, *puis le tout estant divisé par* D—F; $\frac{DF-AF}{D-F}$ *sera égal à* E.

D'où comme D—F *est à* D—H, *ainsi* F *à* E.

E portion contribuée par le second segment pour faire H est fait égal au quatriéme terme proportionnel à 20—12; 20—14 & 12, lequel est $\frac{240-168}{20-12}$ ou 9. Le second segment $\frac{BE}{F}$ 45. auquel 9 à mesme raison que 12 à 60. Item, le premier segment $\frac{BH-BE}{D}$ est 15 la portion d'iceluy, laquelle il doibt contribuer afin de faire H qui est H—E vaut 5 & la raison de 5 à tout le segment 15. est comme 20. à 60. comme il est requis.

Estant donc donné vn costé on divisera iceluy en deux parties en sorte qu'vne portion du premier segment estant à son tout en vne raison donnée, adioustée à vne portion du second segment estant à son tout, aussi en vne raison donnée egale vne somme donnée.

THEOREME.

Le costé estant coupé comme vn tout en comparaison des portions contribuées par les segmens.

Il eſt fait ainſi.

Comme la portion ſemblable à la portion contribuée par le premier ſegment (poſant le premier ſegment contribuer vne portion maieure que le ſecond) moins la portion ſemblable à la portion contribuée par le ſecond ſegment.

eſt A

La portion ſemblable à la portion contribuée par le premier ſegment.

Ainſi

La ſomme preſcripte des contributions moins la portion ſemblable contribuée par le ſecond ſegment.

A

La vraye portion contribuée par le premier.

Ou, comme

La portion ſemblable à la portion contribuée par le premier ſegment, moins la

portion

portiō ſemblable du ſecond ſegment.

eſt A.

La portion ſemblable à la portion contribués par le ſecond ſegment.

Ainſi.

La portion ſemblable à la portion contribuée par le premier ſegment, moins la ſomme preſcripte des contributions.

A.

La vraye portion contribuée par le ſecond.

Il pareſt auſsi que H *ſomme des contributiōs doibt eſtre preſcripte enſorte quelle ſoit moienne entre* D *&* F. *ſçauoir mineure que* D , *Et maieure que* F [a].

Comme en ce lieu 14. eſt moindre que 20. & majeur que 12.

SCHOLIE.

QVe H doiue eſtre moindre que D, mais majeur que F. l'ordre des analogies tirées de la ſolutió de ce Zetetique le montre : car quelles ſoient remiſes en memoire, il eſt euident en premier lieu que D—F lequel eſt trouué commun & premier en toutes les deux eſt quelque quantité, D eſtant poſé majeur que F ; c'eſt à dire que D—F eſt vne quantité affirmée, puiſque D eſtant affirmé eſt majeur que F ; en apres il eſt conſtant que pour auoir donné la ſolution de quelque choſe propoſée, il faut neceſſairement auoir donné le requis; ſçauoir en ce lieu donner la valeur de A & E, & que ces valeurs ſoient quelque quantité denommée par plus, à cauſe qu'infinies ſolutions peuuent arriuer ou le requis ce trouueroit auoir le ſigne—, s'y les quantitez propoſées n'eſtoient preparées, & propoſées ſelon les conditions requiſes; comme il arriueroit icy ſi H eſtoit moindre que F ou plus grand que D: Cela eſtant poſé en la premiere analogie D—F eſt à H—F comme D à A. Il s'enſuit donc que H—F eſt quantité denommée de plus & par conſequent H plus grand que F. que H—F ſoit quantité denommée de+ il eſt hors de doubte: car puiſque D—F, D, & A ſont de cette nature. La multiplicatió de D—F par A, ſera quãtité denómée de+laquelle doit eſtre égale à la multiplication de D par H—F,+; que cy H—E eſtoit denommée de—, c'eſt à dire cy H eſtoit moindre que F eſtant multiplié par D lequel eſt affirmé le produit ſeroit vne quantité denommée de—; & neau-

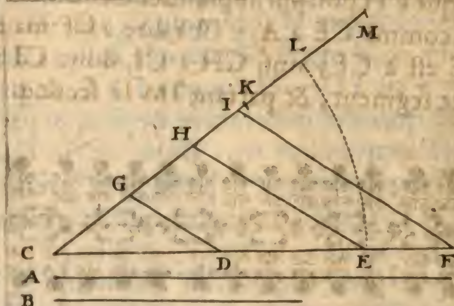
moins ſon égale auroit le ſigne de + abſurde.

Maintenant que H ſoit moindre que D. Il ſera monſtré en la meſme façon que deſſus, dautant que D—F eſt à D—H comme F à E, & partant D—H eſt quantité denommée de plus; & par conſequent D majeur que H. Donc en la ſolution d'vn tel que le propoſe, il conuient prendre H entre D & F, ſçauoir moindre que D, mais majeur que F.

L'autheur pour eſtablir ſon Theoreme & oſter l'ambiguité qui pourroit aduenir ſi D & F n'eſtoient dicernés par comparaiſon de majeur ou mineur, fait D plus grand que F; dautant que ſi cela eut eſté poſé indifferent on n'eut pas recogneu les conditions cy-deſſus poſées : ſçauoir que H doit eſtre moienne entre D & F; majeure que F, eſt mineure que D. Et que pour le cognoiſtre on euſt ſatisfait au requis prenant les differences, & pour trouuer les conditions conuenables au propoſé eut fallu auoir recours au poriſtique; l'office duquel pour l'examen de ces conditiõs a eſté ſauué par la ſuppoſition de D majeur que F; cela eſt fait en tous les Zetetiques ſuiuãs; c'eſt la cauſe pourquoy nous en auõs obmis les demonſtrations par le meſme Poriſtique.

EN LIGNES.

Soit le coſté donné A, lequel il faut diuiſer en deux parties, en ſorte qu'vne portion de la premiere partie eſtant à ſon tout, comme CE à A, adjouſtée à vne portion de la deuxieſme partie eſtant à ſon tout comme DE à A, face B; Il faut que CE ſoit majeure que DE.



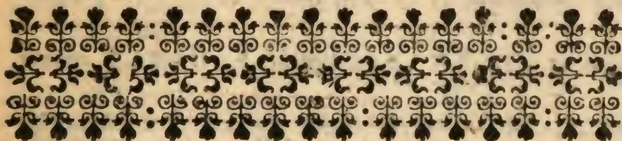
Soit du point C tirée CM, ſur laquelle ſoit priſe CK égale à B, KG égale à DE: puis menée la ligne DG à laquelle ſoit faite EH parallele, coupant CM en H, & la ligne CH ſera la portion de la premiere partie, & HK de la ſeconde.

La premiere & ſeconde partie ſeront trouuées ſi CF eſtāt egale à A, & du point A eſt menée vne ligne droite FI parallele à GD coupant CM en I; dautant que CI ſera la premiere partie, & ſi EM eſt faite égale à A, IM ſera la ſeconde partie.

Car CD difference des portions ſemblables CE, DE, eſt à CG difference de la ſomme des portions donnees à la portion ſemblable de la ſecōde portion, comme CE portion ſemblable du premier eſt à CH: mais par le Theoreme, comme CD eſt à CG, ainſi CE eſt à la vraye portion du premier; donc CH eſt la vraye portion du premier. La portion du ſecond ſera HK, pour autant qu'auec CH elle fait CK: c'eſt à dire B, ſomme des portions de la premiere & ſeconde partie ou ſegmens du coſté donnée A.

Le premier ſegment ſera CI, le ſecond IM,

dautât que CH portion du premier est au mesme segment, comme CE à A, c'est à dire à CF: mais comme CE est à CF; ainsi CH à CI, donc CI sera le premier segment; & partant IM le second.



ZETETIQVE VIII.

COuper vn costé donné en deux parties, en sorte qu'vne portion de la premiere estant à son tout en vne raison donnée, moins vne portion de la seconde partie estant à son tout aussi en vne raison donnée; face vne difference prescripte.

Soit donné le costé B *pour couper en deux parties ou segmens, ainsi que la portion du premier estant à son tout, comme* D *à* B, *moins la portion du second estant à son tout comme* F *à* B; *face* H. *certainement si la portion du premier segment est plus grande au respect de son tout, que la portion du second au respect du sien, il aduiendra vn autre diuision de l'excés proposé que si elle estoit moindre:*

toutefois en l'vn & l'autre cas la mesme operation est faite.

Soit donc D *majeur ou mineur que* F. *Et la portion qui doibt estre contribuée par le premiere segment soit* A. *Donc la portion qui sera exigée du second sera* A—H. *Et pour-autant que* D *est à* B, *comme* A *à* $\frac{BA}{D}$, *le premier segment sera* $\frac{BA}{D}$: *pareillement* F *estant à* B, *comme* A—H *à* $\frac{BA - BH}{F}$, *le second segment sera* $\frac{BA - BH}{F}$. *Lesquels deux segmens sont égaux à tout le costé donné à diuiser.*

Donc $\frac{BA}{D} + \frac{BA - BH}{F}$ *seront égaux à* B. *Laquelle egalité estant ordonnée, premierement par la multiplication des parties d'icelles par* DF, *& du parabolisme par* B *en* FA+DA—DH *égal à* DF. *Et par translation de* DH *soubs contraire affection de signe en* FA+DA *egal à* DF+DH, *le parabolisme fait par* F+D, $\frac{DF + DH}{F + D}$ *sera égal à* A.

D'où vient que F+D *est à* F+H, *comme* D *est à* A.

B soit 84. D 28. F 21. H 7. A proportion contribuée par le premier segment, sera fait égal au quatriesme terme proportionnel à 21 + 28, 21+7 & 28, lequel est $\frac{588 + 196}{21 + 28}$ ou 16. la portion du second segment 16—7. c'est 9. le premier segment $\frac{BA}{D}$ $\frac{1344}{28}$ ou 48. le second segment $\frac{BA - BH}{F}$ $\frac{1344 - 588}{21}$ ou 36, desquels segment la somme est 84:

Item la difference des portions 16 & 9 est 7. & la raison de la portion du premier segment 16. au mesme segment 48 comme 28 à 84; Et la raison de la portion exigée du second segment 9 au mesme segment 36. comme 21 à 84 comme il est requis.

Maintenant la portion qui sera contribuée par le second segment estant A—H, *elle sera le reste de* $\frac{DF+DH}{D+F}$ *en estant osté* H. *soit icelle portion* E. *Donc* $\frac{DF+DH-DH+FH}{D+F}$; *c'est à dire* $\frac{DF-HF}{D+F}$ *sera égal à* E.

Pourquoy, comme D+F *sera à* D—H, *ainsi* F *à* E.

Donc E portion contribuée par le second segment est fait égal au quatriesme terme proportionnel à 21+28, 28—7 & 21, lequel est $\frac{588-147}{21+\,8}$ ou 9. le reste comme dessus.

Aussy estans dõnées les portiõs contribuées par les segmẽs, les mesmes segmens seront donnés, sçavoir $\frac{BA}{D}$ *sera le premier segment &* $\frac{BE}{F}$ *le second.*

Donc on coupera vn costé donné en sorte, qu'vne portion du premier segment estant à son tout en vne raison donnée, moins vne portion du second estant aussi à son tout en vne raison donnée; face vne difference donnée.

THEOREME.

Le coſté eſtant coupé comme vn tout en comparaiſon de ces parties.

Il eſt ainſi.

Comme.

Les portions contribuées tant par le premier que le ſecond ſegment.

eſt A,

La difference preſcripte des contributions, plus la portion ſemblable contribuée par le ſecond.

Ainſi.

La portiõ sẽblable cõtribuée par le premier.

A.

La vraye portion contribuée par le premier.

Ou, comme.

Les portions ſemblables contribuées tant par le premier que ſecond ſegment.

est A.

La portion contribuée par le premier, moins la difference prescripte des contributions.

Ainsi.

La portion semblable contribuée par le second.

est A.

La vraye portion contribuée par le second.

Il pareſt que H difference des contributions doibt eſtre preſcripte moindre que D portion contribuée par le premier ſegment, ſoit que la portion contribuée par le ſecond ſoit maieure ou mineure.

Comme au dernier cas 7 eſt moindre que 21. Il faut entendre 28, au lieu qu'au Latin il y a ſeulement 21.

SCHOLIE.

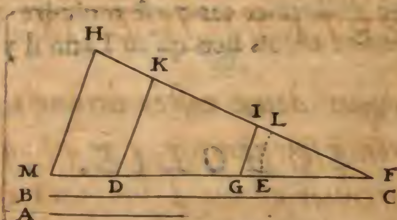
QVE H doiue eſtre moindre que D, il eſt viſible par l'analogie de la derniere partie de ce Zetetique, en laquelle D + F eſt à D — H comme F à E; car ſi il eſtoit maieur que D, il s'enſui-

uroit que D—H seroit vne grandeur niée ou priuatiue; & partant aussi E, dautant qu'il y a pareille raison de D+F à F que de D—H à E : mais E est demandée grandeur affirmatiue ou positiue, donc aussi D—H sera positiue, c'est à dire quelque quantité. Or D—H denote l'excés de D sur H; partant H doit estre moindre que D.

Il n'importe à cecy que F soit ou maieur ou mineur que H, pour autant que F estant seule emporte sa quantité & jointe elle est tousiours par affirmation auec vn autre, comme en l'analogie de la premiere partie D+F, à F+H comme D à A; en la seconde D+F à D—H comme F à E.

EN LIGNES.

Soit le costé donné BC qu'il faut diuiser en sorte qu'vne portion du premier segment estant à son tout comme DE à CB, diminuée d'vne portion du 2e, estant à son tout comme EF à CB, face la ligne A; il faut que A soit moindre que DE.



Du point F soit menée FH tant grande quelle suffise, sur laquelle ayant pris FK égale à FE &

A & menée DK; si on fait FG égal à DE, & que GI soit parallele à DK, FI sera la portion du premier segment, celle du deuxiesme sera l'excés de FI sur A.

Car par la premiere partie du Theoreme DE auec EF est à A auec EF comme DE à la portion du premier; or DF qui est la somme de DE & EF est à FK c'est la somme de A & EF, comme GF qui par la construction est égale à DE, à FI, pour estre les lignes DK, GI paralelles; partant FI sera la portion du premier segment.

Le mesme segment sera trouué si FM est faite égale à BC & que MH soit parallele à GI; car iceluy sera FH. La raison est que GF, qui est égale à DE est a BC ou FM, comme FI portion du premier à FH: mais FG est à FM comme la portion FI doit estre au premier segment; donc FH sera le premier segment. Le 2. sera trouué en retranchant le premier de la toute.



ZETETIQVE IX.

TRouuer deux costés desquels la difference soit donnée, & qu'vne portion du premier estant à son tout en vne raison donnée, adioustée à vne portion du second estant à son tout en vne autre raison donnée; égale vne somme prescrite.

Soit la difference de deux costés B, *desquels vne portion du premier estant à son tout comme* D *à* B, *adioustée à vne portion du second estant à son tout comme* F *à* B *face* H.

Le premier costé sera entendu le majeur, ou mineur. Au premier cas qu'il soit estimé majeur, & que la portion contribuée par le premier & maieur costé soit A, *la portion contribuée par le second sera* H—A. *Et pour autant que* D *est à* B, *ainsi* A *à* $\frac{BA}{D}$, *le maieur costé sera* $\frac{BA}{D}$. *Et* F *à* B *comme* H—A *à* $\frac{BH-BA}{F}$ *le moindre costé sera* $\frac{BH-BA}{F}$. *Parquoy* $\frac{BA}{D}-\frac{BH-BA}{F}$ *sera égal à* B, *& l'égalité estant ordonnée* $\frac{DF+DH}{F+D}$ *sera égal à* A.

D'où, comme F+D *à* F+H, *ainsi* D *à* A. *maintenant la portion contribuée par le second estant* H—A *elle restera lors que* $\frac{DF+DH}{F+D}$ *sera soustrait de* H *soit icelle* E; *donc* $\frac{FH-FD}{F+D}$ *sera égal à* E.

De la viēt que cōme F+D *est à* H—D, *ainsi* F *à* E.

Au second cas, le premier costé soit mineur; partant le second sera maieur. Donc la portion contribuée par le second soit E, *parquoy la portion contribuée par le premier & mineur costé sera* H—E. *Et dautant que* F *est à* B *comme* E *à* $\frac{BE}{F}$, *le second costé sera* $\frac{BE}{F}$.

Pareillement D *estant à* B, *comme* H—E *à* $\frac{BH-BE}{D}$ *Le premier & plus petit costé sera* $\frac{BH-BE}{D}$; *parquoy*

$\frac{BE}{F} - \frac{BH - BE}{D}$ *sera égal à* B, *& l'egalité estant ordonnée* $\frac{FH + FD}{F + D}$ *sera égal à* E.

D'où vient, que F+D *sera à* H+D, *comme* F *à* E. *maintenant, pource que la portion contribuée par le premier costé est* H—E *elle restera quant* $\frac{FH + FD}{F + D}$ *sera osté de* H. *soit icelle* A; *donc* $\frac{DH - FD}{F + D}$ *sera égal à* A.

D'où vient, que F+D *sera à* H—F, *comme* D *à* A.

Les portions contribuées par les costez estant données les mesmes costés seront donnés: sçauoir $\frac{BA}{D}$ *sera le premier costé; &* $\frac{BE}{F}$ *le second.*

Donc on trouuera deux costez, desquels la diference sera prescripte; en sorte qu'vne portion de l'vn d'iceux estant à son tout en vne raison donnée, adioustée à vne portion de l'autre estant aussi à son tout en vne raison donnée, égalera vne somme donnée.

THEOREME.

La difference des costés, desquels il est question estant coupée comme vn tout à la semblance des portions contribuées par l'vn & l'autre des costés.

Il eſt faict.

Comme.

La ſomme des portions ſemblables contribuées, tant par le maieur, que mineur coſté.

eſt A.

La ſomme des contributions, plus la portion ſemblable du mineur coſté.

Ainſi.

La portion ſemblable du maieur.

eſt A.

La vraye portion contribuée par le maieur coſté.

Ou, comme.

La ſomme des portions ſemblables contribuées par le maieur & mineur coſté.

eſt A.

La ſomme des contributions, moins la portion ſemblable du maieur coſté.

Ainsi.

La portion semblable du mineur.

est A.

La vraye portion contribuée par le mineur costé.

Au premier cas.

Soit B 84, D 28, F 21, H 98, A portion du premier & majeur costé sera le quatriesme proportionnel à 21+28, 21+98 & 28 qui est 68. Et E, portion du second & mineur costé 30, leur somme est 98. Le premier costé $\frac{B\,A}{D}$ est 204, le deùxiesme $\frac{B\,E}{D}$ 120, desquels la difference est 84, & la raison de 204 à 68. comme 84 à 28. Item la raison de 120 à 30, comme 84 à 21, comme il estoit requis.

Au second cas.

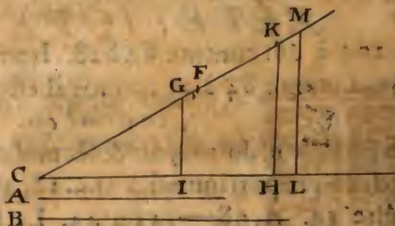
E, portion du majeur & second costé est fait quatriesme proportionnel à 21+28, 98+28 & 21; c'est à dire 54. A, 98—54 ou 44. Le second costé $\frac{B\,E}{F}$ 216, ausquel 54 à pareille raison que 21. à 84. Item $\frac{B\,A}{D}$ le premier costé sera égal à 132. ausquel 44, à mesme raison que 28 à 84. & la difference de 216. à 132. est 84. comme il est requis.

Il est euident que la somme des contributions donnée, doit estre prescripte en

ſorte quelle ſoit maieure, que la portion ſemblable contribuée par le maieur coſté.

Comme 98 eſt majeur que 28. lors qu'au premier cas le majeur coſté eſt le premier; & au ſecond que 21. La cauſe de cecy pareſt aux analogies: car au premier cas F+D eſt à H—D, comme F à E, que ſi D portion ſemblable du majeur eſtoit majeure que H, H—D ſeroit grandeur priuatiue; & partant il faudroit que E le fut auſſi, ce qui ſeroit contre la queſtion. Le meſme s'entendra de F au ſecond cas.

EN LIGNES.



Soit la diference de deux coſtez A, deſquels il faut qu'vne portiõ du premier & majeur eſtant à ſon tout cõme CI à A adjouſtée à vne portion du ſecond eſtant à ſon tout comme I H au meſme A face B ; Il faut que CI ſoit moindre que B.

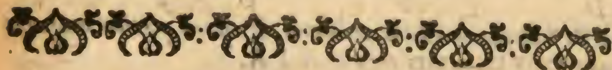
Soit faite CF egale à B & FK egale à IH: puis menée la ligne droite HK à laquelle faiſant IG parallele, CG ſera la portion contribuée par le premier & majeur coſté, lequel ſera trouué faiſant CL egale à B & tirant la parallele LM;

car

car CM sera le majeur & plus grand costé.

Que cela soit CH somme des portions semblables contribuées par le majeur & mineur costé est à la somme des contributions CF plus FK, portion semblable du second costé, comme CI portion semblable contribuée par le majeur à CG; donc CG sera la portion contribuée par le majeur segment; laquelle portion estant à CM, comme CI portion semblable du majeur à CL egale à B, le mesme costé sera CM.

Le costé restant sera trouué si de CM est retranchée vne égale à B, & la portion contribuée par le mineur sera FG.



ZETETIQVE X.

TRouuer deux costés desquels la diference soit donnée, & que vne portion du premier estant à son tout en vne raison donnée, moins vne portion du second estant à son tout aussi en vne raison donnée; face vne difference donnée.

Soit donnée la difference de deux costés B, *desquels vne portion du premier estant à son tout comme* D *à* B, *estant diminuée d'vne portion du second estant à son tout, comme* F *à* B, *face* H; *& il faut trouuer les deux costés.*

Le premier costé est estimé maieur ou mineur; ou bien la portion exigée d'iceluy est maieure ou mineure que celle du second, quoy que ce soit cela est fait presque par une mesme operation.

Soit donc D *portion contribuée par le premier maieure ou mineure.*

Au premier cas, soit le premier costé duquel la portion contribuée souffre alteration, maieur des deux. Et la portion par luy contribuée soit A. *la portion contribuée par le second sera* A—H, *comme estant la difference des contributions* H, *laquelle demeure lors que* A—H *est ostée de* A *portion du premier, & le premier costé sera* $\frac{BA}{D}$, *le second* $\frac{BA — BH}{F}$: *donc* $\frac{BA}{D} — \frac{BA — BH}{F}$ *est egal à* B. *l'equation estant ordonnée,* F *estant portion maieure que* D, $\frac{FD — HD}{F — D}$ *sera egal à* A.

D'où, comme F—D *est à* F—H, *ainsi* D *à* A.

Maintenant la portion contribuée du second costé estant A—H, *elle restera quand de* $\frac{FD — HD}{F — D}$ *sera osté* H. *soit donc ceste portion* E; *partant* $\frac{FD = FH}{F = D}$ *sera egal à* E.

Et F=D *sera à* D=H *comme* F *à* E.

Sy au contraire la portion D *est maieure que* F. *comme* D—F *sera à* H—F *ainsi* D *à* A.

Et D—F *à* H—D *comme* F *à* E.

Au second cas, le premier costé soit le moindre des deux & la portion par luy contribuée soit derechef A. *donc la portion contribuée par le second & maieur sera* A—H. *Et le premier costé sera* $\frac{BA}{D}$ *le second* $\frac{BA — BH}{F}$.

donc $\frac{BA}{F}-\frac{BH}{F}-\frac{BA}{D}$ *sera egal à* B. *& l'equation estāt ordōnée* $\frac{DF+DH}{D-F}$ *est egal à* A.

D'où, s'ensuit que D—F *sera à* F+H *cōme* D *à* A.

Maintenant la portion contribuée par le second costé estant A—H *elle sera aussy le reste de* $\frac{DF+DH}{D-F}$ *estant osté* H. *& soit ceste portion* E; *donc* $\frac{DF+HF}{D-F}$ *sera egal à* E. *Et* D—F *sera à* D+H, *comme* F *à* E.

L'ordre de ceste operation demonstre qu'en ce second cas, Il faut que la portion exigée du premier soit maieure que celle du second.

Cela fait estants donnees les portions des costez requis les costés seront aussy donnés. Sçauoir $\frac{BA}{D}$ *sera le premier costé, &* $\frac{BE}{F}$ *le second costé.*

Donc on trouuera deux costez desquels la difference sera donnée, en sorte qu'une portion du premier estant à son tout en une raison donnée, égale aussy une difference donnée.

THEOREME.

La difference des costés estant coupée, comme vn tout en comparaison des parties contribuées par les costés, le premier estant majeur des deux, & que d'iceluy soit exigée vne plus grande portion.

Il sera fait.

Comme.

La portion semblable contribuée par le premier, moins la portion semblable contribuée par le second.

est A.

La difference prescripte des contributions, moins la portion semblable contribuée par le second.

Ainsi.

La portion semblable contribuée par le premier.

A.

La vraye portion contribuée par le mesme.

Ou, comme.

La portion semblable contribuée par le premier, moins la portion semblable contribuée par le second.

est A.

La difference prescripte des contributions moins la portion semblable contribuée par le premier.

Ainsi.

La portion semblable contribuée par le second.

A.

La vraie portion contribuée par le mesme.

Que si de ce premier & maieur costé est exigée vne moindre portion, que du second, les mesmes analogies subsisteront faisant reuersion des negations.

Quand le premier costé duquel la portion exigée souffre alteration est le moindre des requis, tousiours la portion exigée d'iceluy sera majeure. Et est fait.

Comme.

La portion semblable contribuée par le premier, moins la portion semblable contribuée par le second.

est A.

La portion semblable contribuée par le second, plus la difference prescripte des contributions.

Ainsi.

La portion semblable contribuée par le premier.

A.

La vraie portion contribuée par le mesme.

Ou, comme.

La portion semblable contribuée par le premier moins la portion semblable contribuée par le second.

est A.

La portion semblable contribuée par le premier, plus la difference prescripte des contributions.

Ainsi.

La portion semblable contribuée par le second.

A.

La vraie portion contribuée par le mesme.

Finalement ce Zetetique à trois cas.

Le premier, quand le premier costé, ou celuy duquel la portion souffre diminution, est le plus grand des deux, & que d'iceluy est exigée vne plus grande portion.

Le second, quand le mesme costé demeure majeur & que d'iceluy est exigée vne moindre portion.

Le troisiesme, quand le premier costé est le moindre des deux, & que d'iceluy est exigée vne plus grande portion; car vne moindre portion ne peut estre exigée d'iceluy.

Au premier cas, il conuient que H *soit prescripte ensorte quelle soit maieure que la portion semblable du premier segment & consequemment que* F *portion semblable du second.*

Car D—F est à H—F comme D à A.

Et D—F à H—D comme F à E.

Au second cas, il faut que H *soit mineure que* D, & F.

Dautant que F—D est à F—H comme D à A

& F=D est à D=H comme F à E.

Au troisiesme cas, H *est maieure ou mineure que* D *ou* F. & D *maieur que* F, *donc ce troisiesme cas peut arriuer, auec le premier, & iamais auec le second.*

En ce cas D—F est à F+H comme D à A.

Et D—F est à D+H comme F à E.

Et partant quant en ce troisiesme cas D & F seront moindres que H le Zetetique pourra aussi estre resolu par le premier cas. I.

Soit B 12. *difference des deux costés,* D 4, F 3, H 9, *difference entre* A & E.

Pour autant que H *est maieure que* D & F.

$\frac{B\ A}{D}$ *sera conceu ou maieur ou mineur costé.*

1. *Si maieur,* A *est* 24. E 15. *Et* $\frac{BA}{D}$ *premier & maieur costé est* 72, $\frac{BE}{F}$ *second & mineur costé* 60. *desquels la difference est* B 12.

2. *Si* $\frac{BA}{D}$ *est pris pour le mineur,* A *est* 48, E 39. *Et* $\frac{BA}{D}$ 144; $\frac{BE}{F}$ 156, *desquels la difference est* B 12.

II.

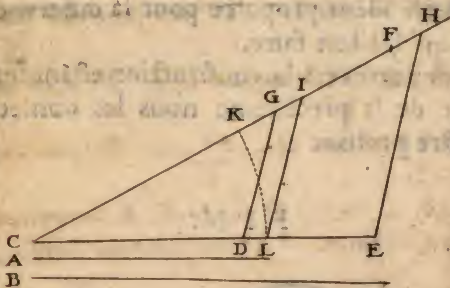
Soit derechef B *difference des costés* 48. D 16, F 12, H *difference de* A *sur* E, 10.

1. *Pource que* H *est mineure que* D *ou* F. *Et* D *est maieur que le mesme* F, *Il est necessaire que* $\frac{BA}{D}$ *soit le moindre costé, &* $\frac{BE}{F}$ *le maieur costé. Et* A *est fait* 88, E 78. *Et* $\frac{BA}{D}$ *est fait* 264. $\frac{BE}{F}$ 312. *Desquels la differẽce est* B 48. 2. *Ou soit* D 12. F 16. B *demeurant* 48, H 10, *necessairement* $\frac{BA}{D}$ *sera le maieur costé. Et* A *est fait* 18, E 8. *Et* $\frac{BA}{D}$ 72. $\frac{BE}{F}$ 24. *desquels la difference est* 48.

EN

Pour le premier cas.

Faut trouuer deux costés desquels la differe. ce est A, & qu'vne portion du premier & maieur estant à son tout comme CE à A, diminuée d'vne portion du second estant à son tout comme DE à A soit egale à B; il faut que B soit maieur que DE.



Soit menée la ligne CH sur laquelle soit prise CF egale à B, & FG à DE : puis tirée la ligne DG à laquelle estant faite parallele EH, coupant CH au mesme point, CH sera la portion du premier & majeur, Et par consequent FH celle du second, Et si CL est faite egale à A & LI parallele à DG, CI sera le premier & maieur costé duquel jostant DK egal au mesme A restera KI pour le second majeur costé.

Que cela soit il est euident puis que CD difference de CE portion semblable du premier maieur & de DE portiõ semblable du secõd, est à CG diferẽce

entre B & DE c'est à dire CF & FG qui est egale à DE, cõme CE à CH; Et que CD doibt estre à CG cõme CE à la vraye portion du premier par le Theoreme; car il s'ensuiura que le mesme CH sera la vraye portion contribuée par le premier costé. FH est celle du second dautant qu'ils diferent de CF egale à B.

Le premier costé sera CI pour autant que CE portion semblable du premier est à DL qui est egale à A, comme CH vraye portion du premier, au mesme CI comme il est requis. Le second & mineur costé sera KI, lequel differe du premier CI de CK, egale à A grandeur proposée pour la difference des costés ce qu'il falloit faire.

Pour les autres cas la construction estant fort peu differente de la precedente nous les obmettrons pour n'estre prolixe.

FIN.



